339. Vietoris ノ Wegegruppe ト Čech, Hurewicz ノ Homotopiegruppe.

小松醇郎 (阪大)

高次元 Homotopie ニ関シテ別々ニ導入サレタ群デアル. 全ク無関係ナ定義ガ與ヘラレテアル程度ニ過ギナイガ (Vietoris: Anzeig. Aca. W. Wien. 1935, Hurewicz; Proceed. Kon. acad. Amst. 1935) 両者ハ本質的ニ相似ナ定義ガ與ヘラレソノ間ニハ

> Vietoris ノ n 次元 Wegegruppe $\mathfrak{W}^n$ ヲソノ Kommutatorgruppe デ Faktorgruppe ヲ作レバ Čech, Hurewicz ノ Homotopiegruppe $\mathfrak{h}^n$ ニナル。但シ $n>1$.

ナル関係ガ存在スル,

當然ナコトデアッテ $\mathfrak{W}^n$ ハ定義シ直セバ結局ハ S^n ノ一ツノ n 次元 Zelle E^n ノ stetiges Bild $\varphi(E^n)$ ヲ固定シ置キ, 残リノ S^n-E^n ヲ変エル仕方デ stetig ニ abbilden スル, ソノ際勿論

$$\varphi(E^n)=f_i\left((S^n-E^n)^{\cdot}\right) \qquad (^{\cdot}\text{ ハ境界})$$

ナル條件ヲ充タス樣ナ f_i ノミヲトル。S^n-E^n ノ各Bild ニ群ノ元ヲ對應サセ，互ニ homotop ナ Bild ハ等シイ元トスル、ト云フコトニナル。

一方 $\mathfrak{G}^n$ ハ S^n ノ少クモ一点 x_0 ノ Bild $y_0=\varphi(x_0)$ ヲ固定シ S^n-x_0 ヲ凡ユル仕方デ stetig ニ abbilden シ，同樣ニ互ヒニ homotop ナ Bild ニハ等シイ元ヲ對應サセル。

$\mathfrak{G}^n\ (n\geqq 2)$ ガ abelsch ナルコトハ Hurewicz ガ證明.

$\mathfrak{N}^n\ (n\geqq 2)$ ノ一ツノ元 a ニ對シテ $\mathfrak{G}^n$ ノ元 a' ガ對應出來

$$a\longrightarrow a',\quad b\longrightarrow b'$$

ナラバ

$$ab\longrightarrow a'+b'$$

ナルコトハ trivial.

逆ニ $\mathfrak{G}^n$ ノ一ツノ元 a' ニ對シ必ズ少クトモ一ツ $\mathfrak{N}^n$ ノ元 a ガ對應スルコトモ分ル。

此ノ Homomorphismus (auf) $\mathfrak{N}^n\longrightarrow\mathfrak{G}^n$ ニテ $\mathfrak{G}^n$ ノ單位元ニ對應スルモノヲ求メル。

$\mathfrak{N}^n$ ノ生成元ヲ S_i トスレバ任意ノ元ハ

$$a=\prod_i S_i^{\varepsilon_i}\qquad \varepsilon_i=\pm 1$$

trivial ナ Relation ヲ除イテ a ノ長サ (length) ガ

m ナラバ a ハ $f(S^n)$ ニ對應スルトシテ $m|\varphi(E^n)|$ ニ移ル部分ニ依ッテ *Urbild* S^n ハ m 個ノ部分ニ分タレル、$|\varphi(E^n)|$ ニ移ル部分 E_i^n $(i=1, \text{------}, m)$ ハ *zusammenhängend*, $S^n-\sum E_i^n$ ノ m 個ノ *Bereich* ハ順序ガアッテ夫々 $S_i^{\varepsilon_i}$ ノ元ヲ表ハス *Bild* ニナル。

$\mathfrak{M}^n \to \mathfrak{G}^n$ ナル *Homomorphism* デ $S_i \to S_i'$ トシ a ガ $\mathfrak{G}^n$ ノ單位元ニ對應シタトスル.

此ノ場合　$a'=0=\sum_i^m \varepsilon_i S_i'$

ヲ表ハスノハ上ノ $f(S^n)$.　0 トナルト云フコトハ今度ハ y_0 ニ對應スルノハ *Durchschnitt* $(S^n-E_i^n)$ = *Durchschind* E_i^n ヨ x_0 ナル一点 x_0 ノミデ宜ク, S^n-x_0 ノ *Bild* ヲ連續的ニ動カシテ *homotop* 0 ニナルコトデアル、從ッテ前ハ $S^n-E_i^n$ ノ *Bild* ヲ表ハス順序ガ動カセナカッタノダガ, 今度ハ順序ヲ無視スル.

故ニ $S^n-E_i^n$ ノ *Bild* ノ中デ *homotop* 0 デナイ *Bild* ガアレバソレト符号反對ノ *Bild* ガ又存在スレバヨイ。

故ニ　$a=\prod S_i^{\varepsilon_i}$

デ任意ノ生成元ニ就イテソノ係数ノ和 0 トスルコトガ出來ル. (*trivial* デナイ *Relation* ヲ使ッテ)

或ヒハ簡單ニ, 新シク加ハル *Relationen* ハ順序ノ無視ダケデアルカラ $a \to 0$ ナラ a ハ *Kommutatorgruppe*

ニ含マレル。